

**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL EXAMENULUI DE BACALAUREAT
2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI, 26 APRILIE 2013****SUBIECT**

M_{mate-info} pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

- Az összes tétel kötelező jellegű. Munkaidő 3 óra. Se accord 10 jár hivatalból.
- Minden tételnél teljes megoldást kérünk.

I TÉTEL (30 pont)

- 5p 1. Tekintsük az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$ függvényt. Oldjátok meg az $f(f(x)) = x$ egyenletet.
- 5p 2. Állapítsátok meg az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány első 10 tagjának az összegét, ha $a_1 = \log_2 4$ és $a_3 = \log_2 16$.
- 5p 3. Oldjátok meg a $\sqrt{x} = x - 2$ egyenletet.
- 5p 4. Állapítsátok meg annak a valószínűségét, hogy ha a kétjegyű számok halmazából taláломra kiválasztunk egy számot, ennek mindkét számjegye páratlan legyen.
- 5p 5. Állapítsátok meg az $a = \cos 1 \cdot \cos 2$ szám előjelét.
- 5p 6. Számítsátok ki az $A(2, 2), B(2, 26), C(12, 2)$ csúcsokkal rendelkező háromszög A pontból húzott oldalfelezőjének hosszát.

II TÉTEL (30 pont)

1. Tekintsük az $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixokat.
- 5p a) Mutassátok ki, hogy $\det A \neq 0$.
- 5p b) Mutassátok ki, hogy az A mátrix inverze a B mátrix.
- 5p c) Vizsgáljátok meg, hogy $(A^n + A)(B^n - B) = B^{n-1} - A^{n-1}$ bármely $n \geq 2$ természetes számra.
2. Tekintsük az $f = X^4 - 2X^3 + X^2 - 4 \in \mathbb{R}[X]$ polinomot, az x_1, x_2, x_3, x_4 komplex gyökökkel.
- 5p a) Mutassátok ki, hogy az f polinom $X - 1$ -el való osztási maradéka -4 .
- 5p b) Számítsátok ki az f polinom $(X - 1)^2$ polinommal való osztásának hányadosát.
- 5p c) Mutassátok ki, hogy az f polinomnak pontosan két valós gyöke van.

III TÉTEL (30 pont)

1. Tekintsük az $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty), f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ függvényt.
- 5p a) Számítsátok ki $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$.
- 5p b) Állapítsátok meg a függvény grafikonjának $-\infty$ -nél levő asszimptótájának egyenletét.
- 5p c) Bizonyítsátok be, hogy bármely $m > 0$ valós számra, az $f(x) = m$ egyenletnek van egyetlen egy valós megoldása.
2. Egy nullától különböző n természetes számra meghatározzuk: $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$.
- 5p a) Számítsátok ki I_1 -et.
- 5p b) Mutassátok ki, hogy az I_n sorozat konvergens.
- 5p c) Számítsátok ki: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left(e^{\frac{1}{n}} + 2e^{\frac{2}{n}} + \dots + ne^{\frac{n}{n}} \right)$.